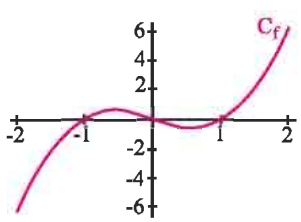
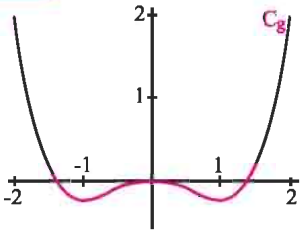
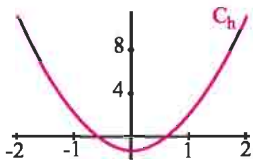
1 Déterminer les primitives F sur I de chacune des fonctions f ci-dessous.

1. $f : x \mapsto -5x^4 + 2x - 3$, $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto x + 2 - \dfrac{3}{x^2}$, $I =]-\infty, 0[$.
3. $f : x \mapsto \dfrac{3x}{\left(3x^2+2\right)^2}$, $I = \mathbb{R}$.
4. $f : x \mapsto (-x+3)^6$, $I = \mathbb{R}$.
5. $f : x \mapsto (x-1)\left(x^2-2x+7\right)^4$, $I = \mathbb{R}$.
6. $f : x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{-4x+3}}$, $I =]-\infty, \dfrac{3}{4}[$.
7. $f : x \mapsto \dfrac{\cos\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}$, $I =]0, +\infty[$.
8. $f : x \mapsto \dfrac{x^2+1}{\left(x^3+3x\right)^5}$, $I =]-\infty, -\sqrt{3}[$.
9. $f : x \mapsto \sin(2x+1)\cos^4(2x+1)$, $I = \mathbb{R}$.
10. $f : x \mapsto x^2 \sin\left(x^3+1\right)$, $I = \mathbb{R}$.
11. $f : x \mapsto \dfrac{\sin x}{(\cos x + 1)^3}$, $I =]-\pi, \pi[$.
12. $f : x \mapsto \dfrac{3x^2+4x-2}{x^4}$, $I =]-\infty, 0[$.
13. $f : x \mapsto \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x}}$, $I =]1, +\infty[$.
14. $f : x \mapsto \tan^2 x$, $I =]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}[$.

2 On a représenté ci-dessous les courbes de trois fonctions g , f et h, définies et dérivables sur $[-2,2]$.







1. On sait que f admet une primitive parmi les fonctions g et h sur $[-2,2]$. Laquelle ? Justifier la réponse.
2. On sait que h admet une primitive parmi les fonctions f et g sur $[-2,2]$. Laquelle ? Justifier la réponse.

3 Déterminer une primitive sur I de chacune des fonctions ci-dessous.

1. $f : x \mapsto \sqrt{x+1}$, $I = \mathbb{R}_+^*$.
2. $f : x \mapsto x\sqrt{x^2+1}$, $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto (x-3)\sqrt{x^2-6x}$, $I = [6, +\infty[$.
4. $f : x \mapsto \dfrac{x+1}{\sqrt{x-1}}$, $I =]1, +\infty[$.

(On pourra écrire $f(x)$ sous la forme $a\sqrt{x-1} + \dfrac{b}{\sqrt{x-1}}$, $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$).

5. $f : x \mapsto \left(x^2+x\right)^7\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$, $I = \mathbb{R}$.
6. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}\sqrt{\dfrac{3+x}{2x}}$, $I = \mathbb{R}_+^*$.
7. $f : x \mapsto x(x+1)^{2008}$, $I = \mathbb{R}$.

(On pourra vérifier que $f(x) = (x+1)^{2009} - (x+1)^{2008}$).

4 Dans chacun des cas suivants, vérifier que la fonction f possède des primitives sur l'intervalle I et déterminer sa primitive F vérifiant $F(x_0) = y_0$.

1. $f(x) = \tan x + \tan^3 x$, $I = [0, \dfrac{\pi}{2}[$, $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn